

## Calcul des déformations des fils élastiques

### Fils hyperstatiques - Anneau en compression

#### Calcul par le modèle isostatique de l'anneau fendu

Fil rond en acier

$$d := 0.6 \cdot \text{mm} \quad S := \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad E := 2 \cdot 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad G := \frac{E}{2.6} \quad \rho := 7.85 \cdot 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

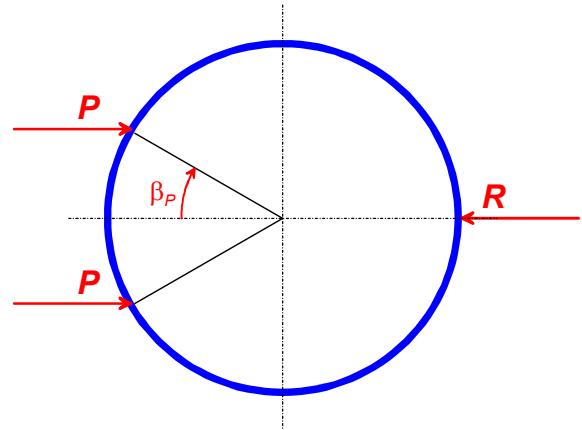
➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$$\begin{aligned} J_t &:= J_{t\_circ}(d) & I_{22} &:= I_{f\_circ}(d) & I_{33} &:= I_{22} \\ W_t &:= W_{t\_circ}(d) & W'_t &:= W_t & W_{f2} &:= W_{f\_circ}(d) & W_{f3} &:= W_{f2} \end{aligned}$$

Caractéristiques de l'arc de cercle  $R := 21 \cdot \text{mm} \quad \psi_{AB} := 360 \cdot \text{deg}$

Forces extérieures  $P := 0.1 \cdot \text{N} \quad \beta_P := 30 \cdot \text{deg}$

$$C_x := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_y := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm} \quad C_z := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$



#### Torseur des forces de cohésion du système isostatique

##### Force P1

$$\lambda_F := 0 \cdot \text{deg} \quad F_x := P \cdot \cos(\lambda_F) \quad F_y := P \cdot \sin(\lambda_F) \quad F_z := 0 \cdot \text{N} \quad \psi_F := 180 \cdot \text{deg} - \beta_P$$

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E\_L - F&C.mcd(R)

Moment fléchissant  $MP1_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_F, \alpha)$

Contraintes  $\sigma_{P1}(\alpha) := \sigma_M(\psi_F, \alpha)$

#### Calcul des déplacements par matrice de souplesse

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E\_L - Matrice S.mcd(R)

$$\mathbf{T} := \begin{bmatrix} F_x \cdot \text{N}^{-1} & F_y \cdot \text{N}^{-1} & F_z \cdot \text{N}^{-1} & C_x \cdot (\text{N} \cdot \text{m})^{-1} & C_y \cdot (\text{N} \cdot \text{m})^{-1} & C_z \cdot (\text{N} \cdot \text{m})^{-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{P1}(\alpha) := \mathbf{S_F}(\psi_F, \alpha) \cdot \mathbf{T}$$

$$\begin{aligned} \xi(\psi_F, \alpha) &:= \Delta \mathbf{P1}(\alpha)_1 \cdot \text{m} & \eta(\psi_F, \alpha) &:= \Delta \mathbf{P1}(\alpha)_2 \cdot \text{m} & \theta_3(\psi_F, \alpha) &:= \Delta \mathbf{P1}(\alpha)_6 \\ \xi(\psi_F, \psi_F) &= 0.229 \text{ mm} & \eta(\psi_F, \psi_F) &= -0.26 \text{ mm} & \theta_3(\psi_F, \psi_F) &= 1.106 \text{ deg} \\ \xi(\psi_F, \psi_{AB}) &= 0.431 \text{ mm} & \eta(\psi_F, \psi_{AB}) &= 0.496 \text{ mm} & \theta_3(\psi_F, \psi_{AB}) &= 1.106 \text{ deg} \end{aligned}$$

### Force P2

$$\lambda_F := 0 \cdot \text{deg} \quad F_x := P \cdot \cos(\lambda_F) \quad F_y := P \cdot \sin(\lambda_F) \quad F_z := 0 \cdot N \quad \psi_F := 180 \cdot \text{deg} + \beta_P$$

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E\_L - F&C.mcd(R)

**Moment fléchissant**  $MP_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_F, \alpha)$

**Contraintes**  $\sigma_{P2}(\alpha) := \sigma_M(\psi_F, \alpha)$

### Calcul des déplacements par matrice de souplesse

$$\mathbf{T} := \begin{bmatrix} F_x \cdot N^{-1} & F_y \cdot N^{-1} & F_z \cdot N^{-1} & C_x \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_y \cdot (N \cdot m)^{-1} & C_z \cdot (N \cdot m)^{-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta_{P2}(\alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_F, \alpha) \cdot \mathbf{T}$$

$$\xi(\psi_F, \alpha) := \Delta_{P2}(\alpha)_1 \cdot m \quad \eta(\psi_F, \alpha) := \Delta_{P2}(\alpha)_2 \cdot m \quad \theta_3(\psi_F, \alpha) := \Delta_{P2}(\alpha)_6$$

$$\xi(\psi_F, \psi_F) = 3.201 \text{ mm} \quad \eta(\psi_F, \psi_F) = -2.24 \text{ mm} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_F) = 7.345 \text{ deg}$$

$$\xi(\psi_F, \psi_{AB}) = 1.855 \text{ mm} \quad \eta(\psi_F, \psi_{AB}) = 2.783 \text{ mm} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_{AB}) = 7.345 \text{ deg}$$

### Forces P1 et P2

**Moment fléchissant**  $MP_{f3}(\alpha) := MP_{f3}(\alpha) + MP_{f3}(\alpha)$

**Contraintes**  $\sigma_P(\alpha) := \sigma_{P1}(\alpha) + \sigma_{P2}(\alpha)$

### Calcul des déplacements du système isostatique

$$\Delta_P(\alpha) := \Delta_{P1}(\alpha) + \Delta_{P2}(\alpha)$$

$$\xi(\psi_F, \alpha) := \Delta_P(\alpha)_1 \cdot m \quad \eta(\psi_F, \alpha) := \Delta_P(\alpha)_2 \cdot m \quad \theta_3(\psi_F, \alpha) := \Delta_P(\alpha)_6$$

$$\xi(\psi_F, \psi_F) = 3.835 \text{ mm} \quad \eta(\psi_F, \psi_F) = -2.501 \text{ mm} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_F) = 8.451 \text{ deg}$$

$$\xi(\psi_F, \psi_{AB}) = 2.287 \text{ mm} \quad \eta(\psi_F, \psi_{AB}) = 3.28 \text{ mm} \quad \theta_3(\psi_F, \psi_{AB}) = 8.451 \text{ deg}$$

### Torseur des forces de cohésion du système hyperstatique

**Matrice de souplesse du fil AB**  $\mathbf{S}_{AB} := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \psi_{AB})$

### Calcul des réactions du système hyperstatique encastré - encastré

$$\mathbf{R} := -(\mathbf{S}_{AB}^{-1}) \cdot \Delta_P(\psi_{AB}) \quad R_x := \mathbf{R}_1 \cdot N \quad R_y := \mathbf{R}_2 \cdot N \quad \Gamma_z := \mathbf{R}_6 \cdot N \cdot m$$

$$R_x = -0.1 \text{ N} \quad R_y = -7.958 \times 10^{-3} \text{ N} \quad \Gamma_z = -1.255 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\psi_F := 360 \cdot \text{deg} \quad F_x := R_x \quad F_y := R_y \quad C_z := \Gamma_z$$

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Arc de cercle E\_L - F&C.mcd(R)

**Moment fléchissant**

$$MR_{f3}(\alpha) := M_{f3}(\psi_{AB}, \alpha)$$

$$Mh_{f3}(\alpha) := MP_{f3}(\alpha) + MR_{f3}(\alpha)$$

$$Mh_{f3}(0) = -1.255 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$Mh_{f3}(180 \cdot \text{deg}) = -0.539 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

**Contraintes**

$$\sigma_R(\alpha) := \sigma_M(\psi_{AB}, \alpha)$$

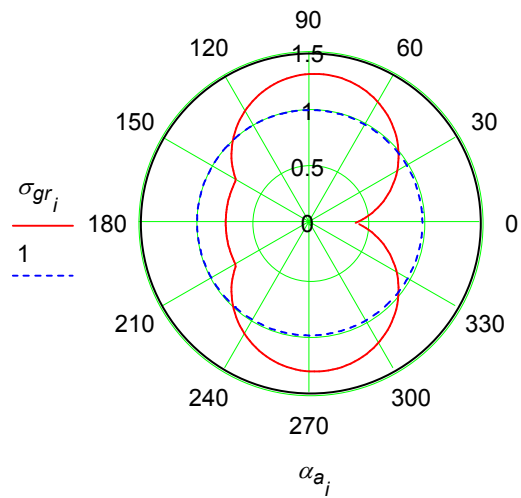
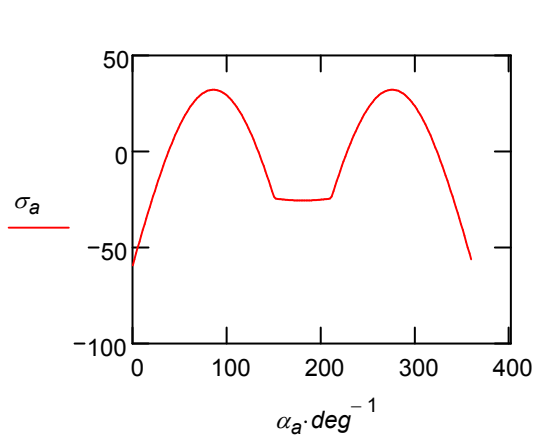
$$\sigma_h(\alpha) := \sigma_P(\alpha) + \sigma_R(\alpha)$$

$$\sigma_h(0) = -59.193 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_h(90 \cdot \text{deg}) = 31.956 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_h(180 \cdot \text{deg}) = -25.439 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$n := 201 \quad i := 1..n-1 \quad \alpha_{a_i} := (i-1) \cdot \frac{\psi_{AB}}{n-1} \quad \sigma_{gr_i} := \sigma_h(\alpha_{a_i}) \cdot \frac{\text{mm}^2}{100 \cdot \text{N}} + 1 \quad \sigma_{a_i} := \sigma_h(\alpha_{a_i}) \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{N}}$$



**Déformations de l'anneau fermé**

$$\Delta_R(\alpha) := \mathbf{S}_F(\psi_{AB}, \alpha) \cdot \mathbf{R}$$

$$\Delta_h(\alpha) := \Delta_P(\alpha) + \Delta_R(\alpha)$$

$$\xi_h(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_1 \cdot m$$

$$\eta_h(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_2 \cdot m$$

$$\theta_{h3}(\alpha) := \Delta_h(\alpha)_6$$

$$\xi_h(90 \cdot \text{deg}) = 0.096 \text{ mm}$$

$$\xi_h(180 \cdot \text{deg}) = 0.173 \text{ mm}$$

$$\xi_h(\psi_{AB}) = 0 \text{ mm}$$

$$\eta_h(90 \cdot \text{deg}) = 0.084 \text{ mm}$$

$$\eta_h(180 \cdot \text{deg}) = 0 \text{ mm}$$

$$\eta_h(\psi_{AB}) = 0 \text{ mm}$$

$$\theta_{h3}(90 \cdot \text{deg}) = 0.031 \text{ deg}$$

$$\theta_{h3}(180 \cdot \text{deg}) = 0 \text{ deg}$$

$$\theta_{h3}(\psi_{AB}) = 0 \text{ deg}$$

**Graphes de la déformation**

$$Ag := 10 \quad \text{facteur d'agrandissement}$$

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Fils et lames en arc de cercle\Définition Atan.mcd(R)

$$n := 201 \quad i := 1..n \quad \alpha_i := \frac{\psi_{AB}}{n-1} \cdot (i-1) \quad x_0(\alpha) := R \cdot \cos(\alpha) \quad y_0(\alpha) := R \cdot \sin(\alpha) \quad r_0(\alpha) := \sqrt{x_0(\alpha)^2 + y_0(\alpha)^2}$$

$$x_d(\alpha) := x_0(\alpha) + Ag \cdot \xi_h(\alpha) \quad y_d(\alpha) := y_0(\alpha) + Ag \cdot \eta_h(\alpha) \quad r_d(\alpha) := \sqrt{x_d(\alpha)^2 + y_d(\alpha)^2}$$

$$\beta_i := \text{Atan}(x_d(\alpha_i), y_d(\alpha_i)) \quad \beta_1 = 0 \text{ deg} \quad \beta_n = 0 \text{ deg}$$

